

9 класс

Второй день

- 9.5. В классе учится 23 человека. В течение года каждый ученик этого класса один раз праздновал день рождения, на который пришли некоторые (хотя бы один, но не все) его одноклассники. Могло ли оказаться, что каждые два ученика этого класса встретились на таких празднованиях одинаковое число раз? (Считается, что на каждом празднике встретились любые два гостя, а также именинник встретился со всеми гостями.)
- 9.6. Назовём непустое (конечное или бесконечное) множество A , состоящее из натуральных чисел, *полным*, если для любых натуральных a и b (не обязательно различных и не обязательно лежащих в A) таких, что $a + b$ лежит в A , число ab также лежит в A . Найдите все полные множества натуральных чисел.
- 9.7. В белой таблице 2016×2016 некоторые клетки окрасили чёрным. Назовём натуральное число k *удачным*, если $k \leq 2016$, и в каждом из клетчатых квадратов со стороной k , расположенных в таблице, окрашено ровно k клеток. (Например, если все клетки чёрные, то удачным является только число 1.) Какое наибольшее количество чисел могут быть удачными?
- 9.8. Дан выпуклый четырехугольник $ABCD$, в котором $\angle DAB = 90^\circ$. Пусть M — середина стороны BC . Оказалось, что $\angle ADC = \angle BAM$. Докажите, что $\angle ADB = \angle CAM$.

9 класс

Второй день

- 9.5. В классе учится 23 человека. В течение года каждый ученик этого класса один раз праздновал день рождения, на который пришли некоторые (хотя бы один, но не все) его одноклассники. Могло ли оказаться, что каждые два ученика этого класса встретились на таких празднованиях одинаковое число раз? (Считается, что на каждом празднике встретились любые два гостя, а также именинник встретился со всеми гостями.)
- 9.6. Назовём непустое (конечное или бесконечное) множество A , состоящее из натуральных чисел, *полным*, если для любых натуральных a и b (не обязательно различных и не обязательно лежащих в A) таких, что $a + b$ лежит в A , число ab также лежит в A . Найдите все полные множества натуральных чисел.
- 9.7. В белой таблице 2016×2016 некоторые клетки окрасили чёрным. Назовём натуральное число k *удачным*, если $k \leq 2016$, и в каждом из клетчатых квадратов со стороной k , расположенных в таблице, окрашено ровно k клеток. (Например, если все клетки чёрные, то удачным является только число 1.) Какое наибольшее количество чисел могут быть удачными?
- 9.8. Дан выпуклый четырехугольник $ABCD$, в котором $\angle DAB = 90^\circ$. Пусть M — середина стороны BC . Оказалось, что $\angle ADC = \angle BAM$. Докажите, что $\angle ADB = \angle CAM$.